

Basile, Pedro Abel (2017). *Transferencia LLuvia-Caudal: Parte II*. Capítulo VII, pp. 135-152; en libro “Hidrología: Procesos y Métodos”, Cuarta Edición, 263 p., ISBN 978-987-702-214-8, UNR Editora, 2017; Orsolini, Hugo; Zimmermann, Erik y Basile, Pedro Abel (Org.).

CAPÍTULO VII

TRANSFERENCIA LLUVIA – CAUDAL: PARTE II

Pedro A. Basile

VII.1 INTRODUCCIÓN

El hidrograma unitario (HU) se deduce a partir de registros de precipitación y caudales en la sección de control y es válido específicamente para la cuenca aforada en cuestión, tal como se describió en el Capítulo VI. Sin embargo, cuando sea necesario determinar el HU de una subcuenca de la misma o de cuencas vecinas, con características físicas similares, que no poseen registros simultáneos de precipitación y caudales, se deben utilizar hidrogramas unitarios sintéticos (HUS).

Si las leyes geomorfológicas generales, que rigen la respuesta de la cuenca, fueran conocidas, sería posible utilizarlas para determinar relaciones entre hidrogramas unitarios de cuencas de diferentes áreas de drenaje, pendientes, densidad de drenaje, etc. Desafortunadamente tales leyes no existen actualmente (no de validez general) y por lo tanto el problema debe ser abordado empíricamente o con razonamientos y argumentaciones conceptuales. El problema es bastante complejo. Para hacer una analogía con la hidráulica basta pensar en la dificultad de analizar los efectos de escala en un modelo físico sin conocer los criterios de similitud de Froude y Reynolds.

El desarrollo de hidrogramas unitarios sintéticos (HUS), a partir de un abordaje empírico (Snyder, 1939; Commons, 1942; Edson, 1951; Mockus, 1959; en Dooge 1984) ha seguido un patrón estándar. En primer lugar se selecciona un determinado número de variables que definen el hidrograma unitario. Contemporáneamente se selecciona un determinado número de características físicas de la cuenca. Sucesivamente, para un grupo de cuencas con características físicas similares y con adecuados registros de precipitación y caudales, se derivan los correspondientes hidrogramas unitarios y se cuantifican las variables seleccionadas del hidrograma unitario. Dichas variables son posteriormente correlacionadas con las características físicas de las cuencas, y se determinan los parámetros de ajuste o calibración. Tales correlaciones pueden ser utilizadas para obtener el hidrograma unitario (sintético) en una cuenca no aforada de características físicas similares a aquellas empleadas en el estudio.

Las variables usualmente seleccionadas para definir el hidrograma unitario son: duración de precipitación neta t_n , tiempo de retardo t_p (intervalo entre centro de masa de la precipitación neta y el pico del hidrograma), tiempo de ocurrencia al pico T_p (intervalo entre el comienzo de la precipitación neta y el pico del hidrograma), tiempo de base t_b , caudal pico q_p , tiempo medio de retardo debido a almacenamiento K , etc.. Las variables que representan las características físicas de las cuencas son: longitud del curso principal L , longitud medida en el curso principal desde la sección de control al centroide de la cuenca L_C , pendiente media del curso principal S_b , área de la cuenca A , etc.

El desarrollo de HUS a partir de razonamientos conceptuales, sobre el funcionamiento hidrológico de una cuenca, tiene inicio con la modificación del método racional por parte de Hawken para considerar la no uniformidad espacial de la precipitación (Hawken, 1921). Esto dio inicio a los métodos basados en la curva TAC (tiempo-área-concentración). Posteriormente, Clark (1945) propuso realizar la propagación de la curva TAC a través de un elemento ficticio de embalse lineal, introduciendo de esta manera los efectos de retardo y atenuación producidos por la cuenca. Mas tarde, O'Kelly (1955) representó una curva TAC sintética, que consistía en un triángulo isósceles (Dooge, 1984).

Sucesivamente se desarrollaron los denominados modelos conceptuales de hidrograma unitario, tales como, el de cascada de embalses lineales (Nash, 1957, 1959) o embalse lineal y canal lineal (Dooge, 1973).

VII.2 HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO DE SNYDER

VII.2.1 Descripción del método

Snyder (1939) desarrolló una metodología para determinar el HUS en una cuenca no aforada, utilizando datos de 20 cuencas aforadas, ubicadas en la región de los Montes Apalaches. Más tarde, el Cuerpo de Ingenieros de EE.UU (USACE, 1959) desarrolló relaciones sintéticas que complementaron el método de Snyder. Las variables del hidrograma unitario, en el HUS de Snyder, son: el tiempo de lluvia neta t_n , el tiempo de retardo t_p y el caudal pico q_p . Las características físicas de la cuencas se representan con: la longitud total del curso principal L y la longitud del curso principal desde la sección de control hasta el centroide de la cuenca L_C .

Snyder seleccionó aquellos pares de hietogramas netos e hidrogramas para los cuales se cumplía la siguiente relación:

$$t_p = 5.5 t_n \quad (\text{VII.1})$$

es decir, definió un hidrograma unitario estándar. Por lo tanto, cuando no se cumpla la (VII.1) el pico del hidrograma unitario estándar deberá ser oportunamente ajustado como se describirá más adelante.

Mediante las correlaciones efectuadas obtuvo una ecuación que relaciona el tiempo de retardo del hidrograma unitario estándar con los parámetros seleccionados de la cuenca. Dicha ecuación está dada por la siguiente expresión:

$$t_p = 0.75 C_t (LL_C)^{0.3} \quad (\text{VII.2})$$

donde t_p está expresado en horas, L y L_C en km y C_t es un coeficiente de tiempo, el cual para los datos utilizados por Snyder varió entre 1.8 y 2.2. El producto LL_C caracteriza la forma y tamaño de la cuenca y los valores más bajos del coeficiente de tiempo se asocian con cuencas de mayores pendientes.

Una vez determinado el t_p Snyder lo correlacionó con el caudal pico q_p del hidrograma unitario estándar obteniendo:

$$q_p = \frac{0.275 C_p}{t_p} \quad (\text{VII.3})$$

donde q_p es el caudal pico en ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{mm}$), t_p se expresa en horas y C_p es un coeficiente de pico que incluye los efectos de almacenamiento en la cuenca, el cual para los datos utilizados por Snyder varió entre 0.56 y 0.69.

VII.2.1.1 Cálculo de C_t y C_p a partir de una cuenca aforada

Los coeficientes C_t y C_p son los parámetros del HUS de Snyder, los cuales pueden ser calibrados si se cuenta con información regional. Para calcularlos a partir de una cuenca aforada se deben determinar, en primer lugar, los valores de L y L_c utilizando un plano de la cuenca. Luego, a partir de un *hidrograma unitario deducido* en la cuenca se obtiene el tiempo de lluvia neta t_{nR} en horas, el tiempo de retardo t_{pR} en horas y el caudal pico q_{pR} en ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{mm}$). Donde el subíndice R se refiere a valores medidos de dichos parámetros, los cuales en principio pueden o no cumplir con la condición dada por la ecuación (VII.1):

Caso a) $t_{pR} = 5.5 t_{nR}$. (se cumple VII.1)

En este caso se adopta $t_n = t_{nR}$, $t_p = t_{pR}$, $q_p = q_{pR}$ y C_t y C_p se calculan utilizando las ecuaciones (VII.2) y (VII.3).

Caso b) $t_{pR} \neq 5.5 t_{nR}$. (no se cumple VII.1)

En este caso el tiempo de retardo del hidrograma unitario estándar debe ser ajustado utilizando la siguiente ecuación:

$$t_p = t_{pR} + 0.25 (t_n - t_{nR}) \quad (\text{VII.4})$$

en forma conjunta con la ecuación (VII.1). De esta manera tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas: t_n y t_p , las cuales pueden ser fácilmente calculadas. Luego se calcula C_t utilizando la ecuación (VII.2) con el t_p obtenido en el paso anterior. Sucesivamente se calcula C_p utilizando la ecuación (VII.3) con los valores $t_p = t_{pR}$, $q_p = q_{pR}$ obtenidos del hidrograma unitario deducido de la cuenca aforada.

VII.2.1.2 Aplicación de C_t y C_p para determinar el HUS en una cuenca no aforada

Los coeficientes C_t y C_p determinados a partir de una cuenca aforada pueden utilizarse en las ecuaciones anteriores para deducir el HUS requerido de una subcuenca o de una cuenca vecina no aforada de características físicas similares.

En primer lugar se mide L y L_c en un plano de la cuenca no aforada y mediante la ecuación (VII.2) se calcula t_p . Con dicho valor se calcula t_n mediante la (VII.1) y se lo compara con el tiempo de lluvia neta t_{nR} del HUS requerido para la cuenca no aforada. Si $t_n \neq t_{nR}$, el tiempo de retardo requerido t_{pR} para la cuenca no aforada se calcula explicitándolo de la ecuación (VII.4).

Sucesivamente se calcula el q_p con la (VII.3) y se determina el caudal pico del HUS requerido q_{pR} como:

$$q_{pR} = \frac{q_p t_p}{t_{pR}} \quad (\text{VII.5})$$

Para poder confeccionar el HUS es necesario calcular algunas variables adicionales. El Cuerpo de Ingenieros desarrolló relaciones para calcular el ancho en horas en correspondencia con el 50% y 75% del q_{pR} :

$$W_{50} = 0.1780 q_{pR}^{-1.08} \quad (\text{VII.6})$$

$$W_{75} = 0.1015 q_{pR}^{-1.08} \quad (\text{VII.7})$$

Generalmente la distribución temporal de los anchos se realiza asignando $1/3 W$ antes y $2/3 W$ después del pico. Finalmente, el tiempo de base del HUS, t_b en horas, puede ser estimado planteando la igualdad entre la entrada (volumen del hietograma neto unitario) y la salida (volumen del HUS). Si el HUS se esquematiza en forma triangular se obtiene la siguiente ecuación para estimar el tiempo de base:

$$t_b = 0.5556 / q_{pR} \quad (\text{VII.8})$$

El caudal pico Q_{pR} en ($m^3/s.mm$) para la cuenca total de área de drenaje A en km^2 se calcula como:

$$Q_{pR} = q_{pR} A \quad (\text{VII.9})$$

A partir de los cálculos realizados es posible dibujar el HUS de Snyder, para la cuenca no aforada, como se muestra en la Figura VII.1.

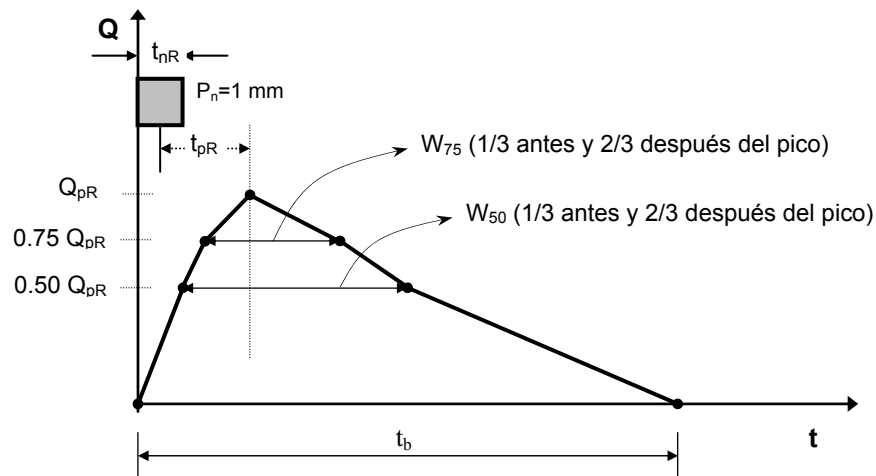


Figura VII.1: Hidrograma unitario sintético de Snyder.

Cabe señalar que es siempre necesario controlar que se satisfaga la continuidad en términos de volumen. Es decir, se debe verificar que el volumen del hietograma neto unitario V_{hnu} (entrada) sea igual al volumen de escurrimiento directo V_d (salida).

El volumen asociado al hietograma neto unitario se define como la precipitación neta unitaria, $P_n=1$ mm, distribuida uniformemente sobre la cuenca de área A y se calcula como:

$$V_{hnu} = 1000 A P_n \quad (\text{VII.10})$$

con A en km^2 , $P_n = 1$ mm y V_{hnu} en m^3 .

El área definida por el HUS representa el volumen de escorrentía directa V_d por unidad de profundidad de lámina precipitada. Dicho volumen puede ser calculado a partir de la Figura VII.2 como:

$$V_d / (P_n=1 \text{ mm}) = 450 \times Q_{pR} \times (2 W_{75} + 3 W_{50} + 2 t_b) \quad (\text{VII.11})$$

con Q_{pR} en ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{mm}$); W_{75} , W_{50} y t_b en hs, V_d en m^3 .

Ejemplo VII.1: Determinar los coeficientes C_t y C_p de una cuenca aforada para la cual ha sido deducido el hidrograma unitario correspondiente. Los datos son $L=80$ km, $L_c=40$ km, $A=2400$ km^2 , $t_{nR}=10$ hs, $t_{pR}=25$ hs, $Q_{pR}=10$ $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{mm}$.

Solución. Se verifica la condición (VII.1): $5.5 t_{nR} = 5.5 \times 10 = 55$ hs $\neq t_{pR} = 25$ hs. Corresponde el Caso b), por lo tanto se resuelven en forma conjunta las ecuaciones (VII.1) y (VII.4) obteniendo $t_n=4.29$ hs y $t_p=23.6$ hs.

Se calcula C_t explicitándolo de la ecuación (VII.2):
$$C_t = \frac{t_p}{0.75(LL_c)^{0.3}} = \frac{23.6}{0.75(80 \times 40)^{0.3}} = 2.79$$

El caudal pico por unidad de área de drenaje es $q_{pR}=Q_{pR}/A=0.00417$ ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{mm}$). Por lo tanto, se calcula C_p utilizando la ecuación (VII.3) con los valores $q_p = q_{pR}$, $t_p = t_{pR}$:

$$C_p = \frac{q_{pR} t_{pR}}{0.275} = \frac{0.00417 \times 25}{0.275} = 0.38$$

Ejemplo VII.2: Determinar el HUS de $t_{nR}=6$ hs para una cuenca no aforada, de características físicas similares a la del Ejemplo VII.1, cuyos datos son: $A=960$ km^2 , $L=50$ km y $L_c=30$ km.

Solución. Se utilizan los coeficientes C_t y C_p obtenidos en el Ejemplo VII.1 (características físicas similares entre cuenca aforada y no aforada).

Se calcula t_p mediante la ec. (VII.2): $t_p = 0.75 \times 2.79 \times (50 \times 30)^{0.3} = 18.77$ hs.

Se calcula t_n mediante la ec. (VII.1): $t_n = 18.77 / 5.5 = 3.41$ hs.

Para el HUS requerido de $t_{nR} = 6$ hs se observa que $t_n \neq t_{nR}$. Por lo tanto, se despeja t_{pR} de la ec. (VII.4): $t_{pR} = t_p - (t_n - t_{nR})/4 = 18.77 - (3.41 - 6) / 4 = 19.42$ hs.

Se calcula q_p mediante la ec. (VII.3):

$$q_p = 0.275 C_p / t_p = 0.275 \times 0.38 / 18.77 = 0.00557 \text{ (m}^3/\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{mm)}$$

Mediante la ec. (VII.5) se calcula el q_{pR} del HUS requerido:

$$q_{pR} = q_p t_p / t_{pR} = 0.00557 \times 18.77 / 19.42 = 0.00538 \text{ (m}^3\text{/s.km}^2\text{.mm)}$$

Se determinan los anchos W_{50} y W_{75} utilizando (VII.6) y (VII.7):

$$W_{50} = 0.1780 \times 0.00538^{-1.08} = 50.25 \text{ hs.}$$

$$W_{75} = 0.1015 \times 0.00538^{-1.08} = 28.66 \text{ hs.}$$

Se calcula el tiempo de base con la ec. (VII.8): $t_b = 0.5556 / 0.00538 = 103.27 \text{ hs}$

Se calcula el caudal pico del HUS requerido para la cuenca total con la ec. (VII.9):

$$Q_{pR} = 0.00538 \times 960 = 5.1648 \text{ (m}^3\text{/s.mm)}$$

Con los parámetros calculados se puede graficar el HUS de Snyder y además verificar que se satisface la continuidad en términos de volumen.

VII.3 HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO ADIMENSIONAL DEL SCS

VII.3.1 Descripción del método

En base al procesamiento de un gran número de hidrogramas unitarios, deducidos para diferentes cuencas, el Servicio de Conservación de Suelos de EE.UU. Mockus (1972) desarrolló un HUS adimensional $Q^*=f(t^*)$. El caudal Q fue adimensionalizado utilizando el caudal pico Q_p , es decir, $Q^*=Q/Q_p$ y el tiempo t fue adimensionalizado utilizando el tiempo de ocurrencia al pico T_p , o sea, $t^*=t/T_p$.

En la Figura VII.2 se presenta el HUS adimensional y la correspondiente curva de volumen acumulado adimensional $V^*=f(t^*)$, donde el volumen acumulado V_{ac} se adimensionaliza con el volumen total V_{tot} , es decir $V^*=V_{ac}/V_{tot}$. El HUS requerido para una cuenca no aforada puede calcularse utilizando el HUS adimensional, una vez que hayan sido determinados el T_p y el Q_p para un cierto tiempo de lluvia neta t_n .

El T_p y el Q_p pueden estimarse utilizando el modelo simplificado, ver Figura VII.3, de un HUS triangular equivalente, en el cual los diferentes tiempos se expresan en horas y el caudal en ($\text{m}^3\text{/s.mm}$) (Miller y Clark, 1978; USACE, 2010).

Del HUS triangular se observa que el tiempo de ocurrencia al pico T_p se define como:

$$T_p = 0.5t_n + t_p \quad (\text{VII.12})$$

donde t_p es el tiempo de retardo medido desde el centro de masa del hietograma neto de duración t_n al pico del hidrograma, el cual puede ser estimado como:

$$t_p = 0.6T_C \quad (\text{VII.13})$$

donde T_C es el tiempo de concentración de la cuenca, el cual puede ser estimado determinando el tiempo de tránsito del flujo mantiforme y del flujo encauzado en condiciones de régimen permanente y uniforme (Chow et al., 1994) o aplicando alguna de las siguientes fórmulas empíricas:

$$\text{Ventura} \quad T_C = \alpha \sqrt{A/S} \quad (\text{VII.14})$$

con T_C (hs), A (km²): área de la cuenca, S (m/m): pendiente media del curso principal y $0.03 \leq \alpha \leq 0.15$.

$$\text{Pasini} \quad T_C = \alpha (AL)^{1/3} S^{-1/2} \quad (\text{VII.15})$$

con T_C (hs), A (km²), S (m/m), L (km): longitud del curso principal y $\alpha = 0.1$. Otras formulaciones para estimar T_C se presentan en el Capítulo X.

| $t^* = t/T_p$ | $Q^* = Q/Q_p$ | $V^* = V_{ac}/V_{tot}$ | $t^* = t/T_p$ | $Q^* = Q/Q_p$ | $V^* = V_{ac}/V_{tot}$ |
|---------------|---------------|------------------------|---------------|---------------|------------------------|
| 0.0 | 0.000 | 0.0000 | 1.7 | 0.460 | 0.7882 |
| 0.1 | 0.030 | 0.0011 | 1.8 | 0.390 | 0.8200 |
| 0.2 | 0.100 | 0.0060 | 1.9 | 0.330 | 0.8470 |
| 0.3 | 0.190 | 0.0168 | 2.0 | 0.280 | 0.8698 |
| 0.4 | 0.310 | 0.0356 | 2.2 | 0.207 | 0.9062 |
| 0.5 | 0.470 | 0.0647 | 2.4 | 0.147 | 0.9327 |
| 0.6 | 0.660 | 0.1070 | 2.6 | 0.107 | 0.9518 |
| 0.7 | 0.820 | 0.1624 | 2.8 | 0.077 | 0.9655 |
| 0.8 | 0.930 | 0.2279 | 3.0 | 0.055 | 0.9754 |
| 0.9 | 0.990 | 0.2998 | 3.2 | 0.040 | 0.9825 |
| 1.0 | 1.000 | 0.3750 | 3.4 | 0.029 | 0.9877 |
| 1.1 | 0.990 | 0.4487 | 3.6 | 0.021 | 0.9914 |
| 1.2 | 0.930 | 0.5206 | 3.8 | 0.015 | 0.9941 |
| 1.3 | 0.860 | 0.5876 | 4.0 | 0.011 | 0.9961 |
| 1.4 | 0.780 | 0.6490 | 4.5 | 0.005 | 0.9991 |
| 1.5 | 0.680 | 0.7036 | 5.0 | 0.000 | 1.0000 |
| 1.6 | 0.560 | 0.7500 | | | |

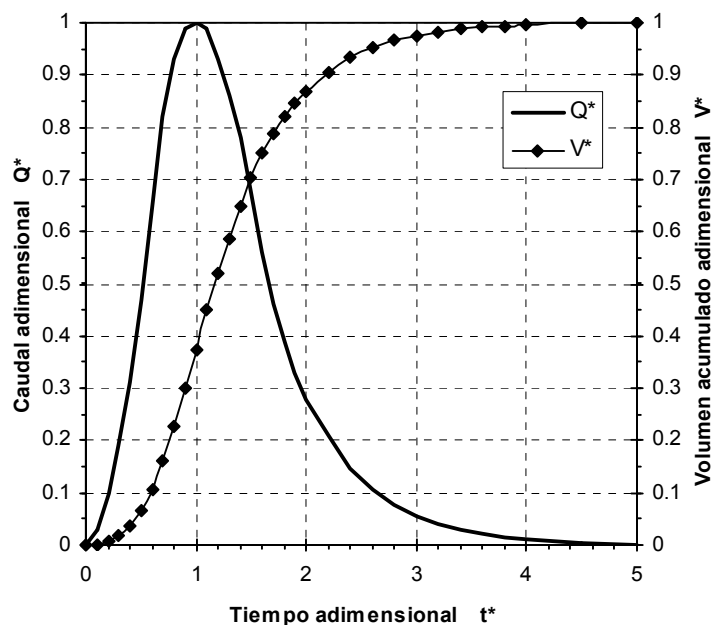


Figura VII.2: HUS adimensional $Q^*=f(t^*)$ y curva de volumen acumulado adimensional $V^*=f(t^*)$.

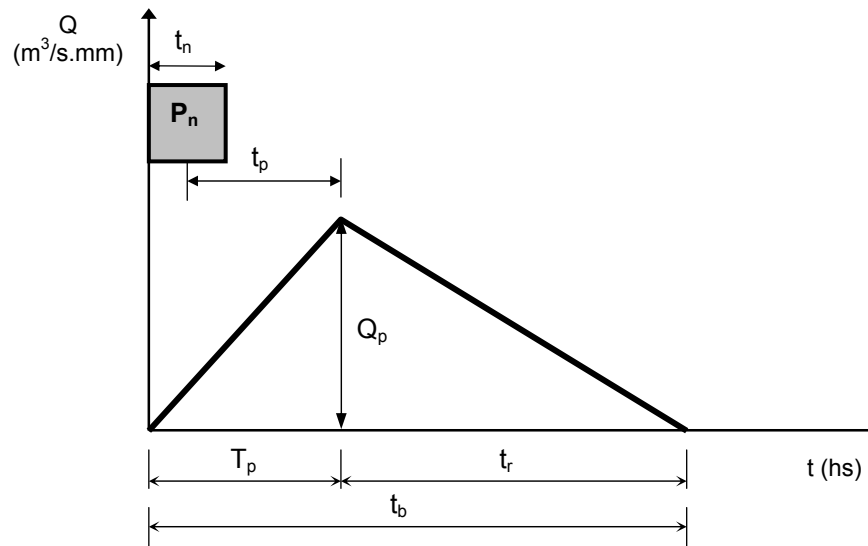


Figura VII.3: HUS triangular equivalente del SCS.

El caudal pico Q_p puede calcularse igualando el volumen acumulado debajo de la rama ascendente del HUS triangular, es decir el V_{ac} para $t=T_p$:

$$V_{ac}(t = T_p) = 0.5 Q_p T_p \quad (\text{VII.16})$$

y el volumen acumulado para $t^*=1$, es decir para $t=T_p$, en el HUS adimensional:

$$V_{ac}(t = T_p) = V^*(t^* = 1)V_{tot} = 0.375 A P_n \quad (\text{VII.17})$$

donde $V^*(t^*=1) = 0.375$ (ver Figura VII.2) y el volumen de escorrentía directa total V_{tot} se igualó al volumen asociado al hietograma neto unitario. En (VII.17) A es el área de la cuenca y P_n la precipitación neta unitaria $P_n=1$ mm. Igualando (VII.16) y (VII.17) y operando algebraicamente se obtiene:

$$Q_p = \frac{0.208 A}{T_p} \quad (\text{VII.18})$$

con A en km^2 , T_p en horas y Q_p en $(\text{m}^3/\text{s.mm})$.

Con los valores de Q_p y T_p , el HUS requerido para una determinada duración de lluvia neta, en una cuenca no aforada, puede calcularse directamente multiplicando las ordenadas Q^* del HUS adimensional por Q_p y las abscisas t^* por T_p .

Alternativamente puede calcularse el HUS triangular equivalente (Figura VII.3). Sin embargo, en este caso es necesario determinar el tiempo de base t_b . El volumen de

escorrentía directa total V_{tot} del HUS triangular es: $V_{tot} = 0.5 Q_p t_b$, reemplazando dicha expresión en la primer igualdad de la ec. (VII.17) se obtiene:

$$V_{ac}(t = T_p) = 0.375 \frac{Q_p t_b}{2} \quad (VII.19)$$

Igualando (VII.19) y (VII.16) y operando algebraicamente se determina el tiempo de base: $t_b = 2.67 T_p$. Con este valor se observa que el tiempo de recesión es: $t_r = 1.67 T_p$.

Análogamente al HUS de Snyder, el HUS calculado mediante el método descrito debe verificar la continuidad en términos de volumen.

VII.3.2 Consideraciones sobre el tiempo de lluvia neta unitaria

En la teoría de hidrograma unitario (Capítulo VI) se vio que el tiempo de lluvia neta unitaria debe satisfacer la condición: $t_n < (1/3)$ a $(1/5) T_C$. Para el presente método se puede derivar una relación similar, mediante la cual sea posible seleccionar el tiempo de lluvia neta unitaria. En efecto, incorporando (VII.13) en (VII.12) se obtiene:

$$T_p = 0.5 t_n + 0.6 T_C \quad (VII.20)$$

Además, considerando que el punto de inflexión en el HUS adimensional se verifica para $1.7 T_p$, se determina que:

$$t_n + T_C = 1.7 T_p \quad (VII.21)$$

Eliminando T_C de (VII.20) y (VII.21) se obtiene: $t_n = (1/5) T_p$ (VII.22)

Eliminando T_p de (VII.21) y (VII.22) se obtiene: $t_n = (1/7.5) T_C$ (VII.23)

Por lo tanto, el tiempo de lluvia neta unitaria debería ser seleccionado para que se satisfaga aproximadamente la relación (VII.23).

VII.3.3 Ajuste del método utilizando datos de cuencas regionales aforadas

Para los datos utilizados por el SCS el rango de variación del parámetro $V^*(t^*=1)$ fue aproximadamente $0.2 < V^*(t^*=1) < 0.5$. El valor adoptado $V^*(t^*=1) = 0.375$ puede considerarse como un valor medio característico, específico para los datos empleados por el SCS. Es decir, no se trata de una "constante universal". El desarrollo efectuado precedentemente muestra que dicho parámetro tiene una sustancial influencia en la determinación del caudal pico, como así también en la determinación del tiempo de base del HUS triangular equivalente.

Si se encuentran datos disponibles de cuencas regionales aforadas es recomendable procesar y sintetizar los mismos para obtener las funciones $Q^*=f(t^*)$ y $V^*=f(t^*)$ y determinar el valor $V^*(t^*=1)$.

En este caso, para determinar el HUS requerido en una cuenca regional no aforada, el caudal pico se calcula como:

$$Q_p = \frac{0.5556 V^*(t^* = 1) A}{T_p} \quad (\text{VII.24})$$

donde se mantienen los significados y unidades de las variables de la ec. (VII.18). Una vez determinados Q_p con la (VII.24) y T_p con la (VII.12) es posible calcular el HUS requerido utilizando la función $Q^*=f(t^*)$ obtenida a partir de los datos disponibles.

Alternativamente se puede calcular el HUS triangular, cuyo tiempo de base es:

$$t_b = \frac{1}{V^*(t^* = 1)} T_p \quad (\text{VII.25})$$

El método es aplicable para cuencas con $A < 2000 \text{ km}^2$ y para que no produzca resultados erróneos es recomendable calibrarlo, utilizando datos de cuencas regionales aforadas de características físicas similares, como se describió precedentemente.

Ejemplo VII.3: Determinar el HUS de $t_n=2$ hs para una cuenca no aforada de área $A=120 \text{ km}^2$ y tiempo de concentración $T_c=21.67$ hs.

Solución. Se calcula T_p combinando (VII.12) y (VII.13): $T_p = 0.5t_n + 0.6T_c = 0.5 \times 2 + 0.6 \times 21.67 = 14$ hs. Se calcula con (VII.18): $Q_p = 0.208 \times 120 / 14 = 1.7826 \text{ m}^3/\text{s}.\text{mm}$. Además, para el HUS triangular equivalente: $t_b = 2.67 \times 14 = 37.39$ hs. En la Figura VII.4 se observa el HUS obtenido, calculado a partir del HUS adimensional y alternativamente del HUS triangular equivalente. En ambos casos se verifica la continuidad en términos volumétricos.

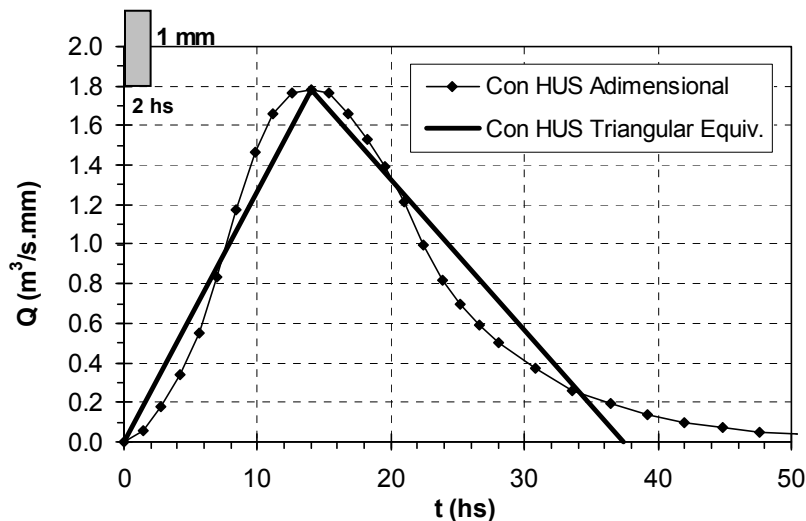


Figura VII.4: HUS calculado con el método del SCS.

VII.4 HIDROGRAMA UNITARIO SINTÉTICO DE CLARK

VII.4.1 Descripción del método

Clark (1945) esquematiza la respuesta de la cuenca mediante un proceso de traslación pura seguido por un proceso de difusión. Este último proceso puede ser asociado al almacenamiento de la cuenca que produce efectos de atenuación y retardo. No obstante dichos procesos se manifiesten contemporáneamente durante la generación de la respuesta de la cuenca, él los considera en forma separada. Es decir, primero realiza la traslación del flujo, producido por una lluvia neta unitaria, hasta la sección de control y posteriormente incorpora la difusión mediante la propagación de dicho hidrograma a través de un elemento ficticio de almacenamiento lineal posicionado a la salida de la cuenca.

A los efectos de determinar el tiempo de traslado del flujo, desde las diferentes zonas de la cuenca, es necesario dividir la misma mediante líneas isócronas o líneas de igual tiempo de traslado. Por ejemplo, ver Figura VII.5, el agua en cada punto sobre la isócrona indicada con $t=3$ h emplea 3 horas para alcanzar la salida. Se observa además que para el punto hidrológicamente más aislado de la cuenca el tiempo de traslado es igual al tiempo de concentración.

La posición de las isócronas puede ser estimada a partir de una planialtimetría de la cuenca y utilizando en forma conjunta una ecuación de resistencia en condiciones de flujo uniforme y la ecuación de continuidad para flujo permanente (Chow et al., 1994). El Δt entre isócronas (que en el caso de la Figura VII.5 es 1 h) surge de discretizar adecuadamente el tiempo de concentración en Δt intervalos de tiempo.

Si se grafica el área acumulada de aquella parte de la cuenca cuyo tiempo de traslado es menor o igual que t , en función del mismo tiempo t , se obtiene la curva tiempo-área (ver Figura VII.6). Para una precipitación P de duración $t=t_n$ la curva muestra cual es el área que contribuirá a la máxima descarga en la salida.

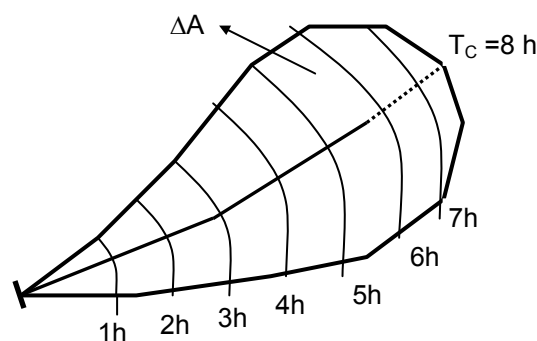


Figura VII.5: Cuenca dividida en isócronas.

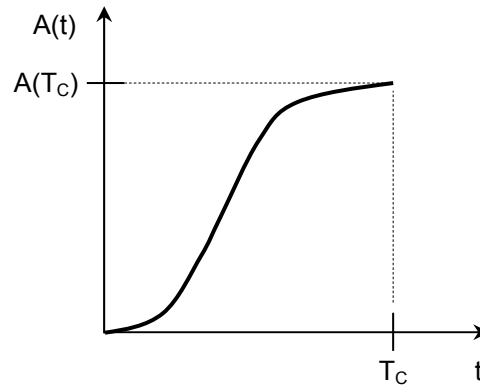


Figura VII.6: Curva tiempo-área.

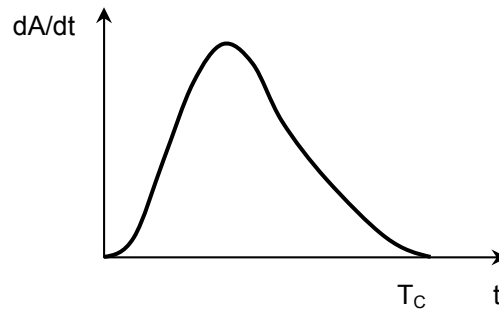


Figura VII.7: Curva tiempo-área-concentración (TAC).

La curva tiempo-área-concentración (TAC), representada en la Figura VII.7, es la derivada de la curva tiempo-área y puede expresarse en forma discreta como:

$$\frac{\Delta A(t)}{\Delta t} = \frac{A(t) - A(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{VII.26})$$

Para una precipitación neta igual a 1 mm la curva TAC puede ser convertida en un hidrograma unitario de duración Δt . Este HU representa el volumen de escorrentía generado por dicha precipitación en la sección de control, sin considerar los efectos de retardo y atenuación producidos por el almacenamiento de la cuenca. Es importante señalar que si $\Delta t \rightarrow 0$ se obtiene el HU para un impulso instantáneo de precipitación (HUI).

$$Q_e(t) = 0.2777 \frac{\Delta A(t)}{\Delta t} \quad (\text{VII.27})$$

con ΔA en km^2 , Δt en horas y Q_e en $(\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{mm})$.

Para simular los efectos de retardo y atenuación, el hidrograma $Q_e(t)$ debe ser propagado a través de un embalse ficticio posicionado a la salida de la cuenca. Para realizar tal simulación es necesario contar con dos ecuaciones. Una de ellas es la ecuación de continuidad y la otra es una función de almacenamiento.

La ecuación de continuidad puede ser expresada en forma agregada como:

$$\frac{dV(t)}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \quad (\text{VII.28})$$

donde $V(t)$ es el almacenamiento (volumen) en la cuenca, $Q_e(t)$ es el caudal de entrada (representado por el hidrograma obtenido con la curva TAC) y $Q_s(t)$ es el caudal de salida en la sección de control. La ecuación (VII.28) es una *ecuación de continuidad agregada o cero-dimensional* ya que no depende de ninguna variable espacial.

Para realizar la propagación la ecuación (VII.28) no es suficiente. En efecto, conocido el hidrograma de entrada $Q_e(t)$ tenemos dos incógnitas: el hidrograma $Q_s(t)$ y el almacenamiento $V(t)$. Por lo tanto es necesario contar con una ecuación adicional. La misma se denomina *función de almacenamiento* y para un embalse con superficie del agua horizontal puede ser expresada como:

$$V(t) = K Q_s(t) \quad (\text{VII.29})$$

donde K es el coeficiente de embalse lineal y representa el tiempo de retardo entre los hidrogramas de entrada y salida al embalse ficticio.

En definitiva el modelo de propagación se basa en las ecuaciones (VII.28) y (VII.29). Derivando la (VII.29) respecto al tiempo e introduciendo el resultado en la (VII.28) se obtiene:

$$K \frac{dQ_s(t)}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \quad (\text{VII.30})$$

La discretización de la ecuación (VII.30) puede realizarse utilizando las siguientes expresiones:

$$\frac{dQ_s(t)}{dt} = \frac{Q_s^{n+1} - Q_s^n}{\Delta t}, \quad Q_e(t) = \frac{Q_e^{n+1} + Q_e^n}{2}, \quad Q_s(t) = \frac{Q_s^{n+1} + Q_s^n}{2} \quad (\text{VII.31})$$

donde n es un índice temporal: $n=0,1,2,\dots,M$. Reemplazando las expresiones (VII.31) en (VII.30) y operando algebraicamente se obtiene:

$$Q_s^{n+1} = C_1 Q_s^n + C_2 Q_e^{n+1} + C_3 Q_e^n \quad (\text{VII.32})$$

$$\text{con: } C_1 = (K - 0.5 \Delta t) / C_4$$

$$C_2 = 0.5 \Delta t / C_4$$

$$C_3 = 0.5 \Delta t / C_4 = C_2$$

$$C_4 = (K + 0.5 \Delta t)$$

donde se verifica que: $C_1 + C_2 + C_3 = 1$

Determinadas las constantes C_4 , C_1 , C_2 y C_3 (para lo cual es necesario conocer el valor de K y Δt), la ecuación (VII.32) permite calcular explícitamente los caudales incógnitas $Q_s(n\Delta t)$ con $n=1,2,3,\dots,M$; en función del hidrograma dato $Q_e(n\Delta t)$ y la condición inicial $Q_s(n=0)$. El esquema de cálculo avanza en el tiempo como se observa en la Figura VII.8.

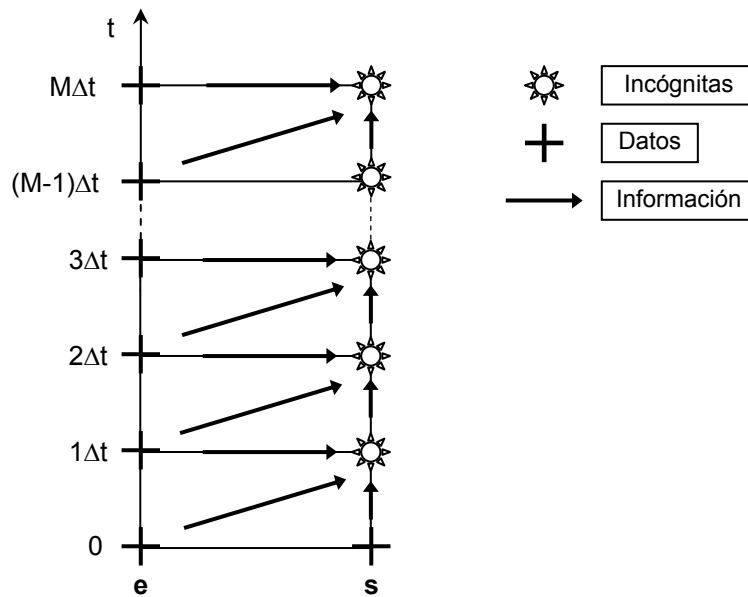


Figura VII.8: Esquema de cálculo en el modelo de propagación.

VII.4.2 Coeficiente K de embalse lineal

Si existen datos de hidrogramas de salida para la cuenca, el valor de K puede ser estimado planteando la separación entre el escurrimiento directo y el subterráneo (Capítulo VI). El punto FED en la rama descendente del hidrograma indica el tiempo t_i en el cual terminan los caudales de escurrimiento directo (ver Figura VII.9). Por lo tanto, desde ese punto en adelante comienza la curva de agotamiento, donde los caudales entrantes son nulos $Q_e=0$. En estas condiciones, de la ec. (VII.30) se obtiene:

$$\frac{dQ_s}{Q_s} = -\frac{dt}{K} \quad (\text{VII.33})$$

integrando la (VII.33) entre t_i y un tiempo genérico t y posteriormente explicitando el valor de K se obtiene:

$$K = \frac{t_i - t}{\ln[Q_s(t)/Q_s(t_i)]} \quad (\text{VII.34})$$

evidentemente K depende del tiempo, generalmente se lo evalúa para un tiempo t cercano a t_i .

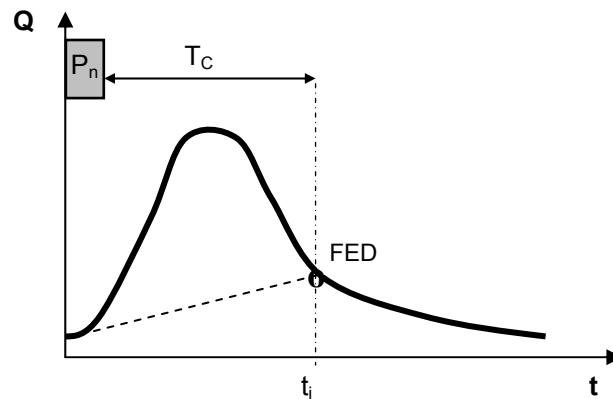


Figura VII.9: Hidrograma medido en la sección de control.

Cuando no existen datos medidos, el valor del coeficiente K de embalse lineal puede ser estimado utilizando relaciones que lo vinculan a la morfología de la cuenca, ya sea en forma indirecta a través del tiempo de concentración:

$$K = \beta T_C \quad , \quad \beta = 0.8 - 1.2 \quad (\text{VII.35})$$

o en forma directa a través del área A y la pendiente S (Dooge, 1984):

$$K = \alpha A^{1/4} S^{-1/2} \quad (\text{VII.36})$$

donde A se expresa en km^2 y S en (%) y el coeficiente α varía entre 1.025 y 0.788 para $0.1\% \leq S \leq 5\%$ respectivamente.

Ejemplo VII.4: Determinar el hidrograma unitario de $t_n=1$ h en una cuenca de área $A=40 \text{ km}^2$ y tiempo de concentración $T_C=9$ hs, cuya curva tiempo-área se presenta en la Tabla VII.1 siguiente. Adoptar $K=0.5 T_C$.

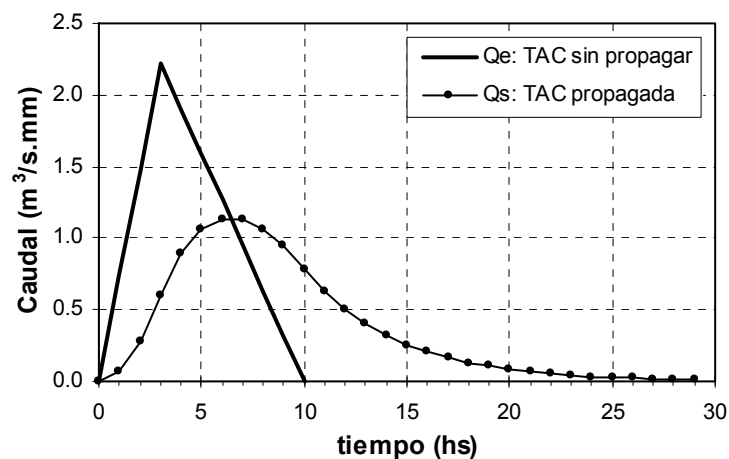
Tabla VII.1: Curva tiempo-área, ejemplo VII.4.

| n | t (hs) | A(km ²) | n | t (hs) | A(km ²) |
|---|--------|---------------------|---|--------|---------------------|
| 0 | 0 | 0.000 | 5 | 5 | 28.571 |
| 1 | 1 | 2.667 | 6 | 6 | 33.143 |
| 2 | 2 | 8.000 | 7 | 7 | 36.571 |
| 3 | 3 | 16.000 | 8 | 8 | 38.857 |
| 4 | 4 | 22.857 | 9 | 9 | 40.000 |

Solución. Se determina la curva tiempo-área-concentración con la ec. (VII.26) para $\Delta t=t_n=1$ h y se calcula el hidrograma de entrada Q_e con la ec. (VII.27). Se determina $K=4.5$ hs, y se calculan los coeficientes: $C_4=5$ hs, $C_1=0.8$, $C_2=0.1$, $C_3=0.1$. Con la ec. (VII.32) se calculan los caudales de salida Q_s . Los resultados se presentan en La Tabla VII.2 y la Figura VII.10.

Tabla VII.2: HUS método de Clark, ejemplo VII.4.

| n (-) | t (hs) | Qe (m ³ /s.mm) | Qs (m ³ /s.mm) | n (-) | t (hs) | Qe (m ³ /s.mm) | Qs (m ³ /s.mm) |
|----------|-----------|------------------------------|------------------------------|----------|-----------|------------------------------|------------------------------|
| 0 | 0 | 0.000 | 0.000 | 15 | 15 | 0.000 | 0.258 |
| 1 | 1 | 0.741 | 0.074 | 16 | 16 | 0.000 | 0.206 |
| 2 | 2 | 1.481 | 0.281 | 17 | 17 | 0.000 | 0.165 |
| 3 | 3 | 2.222 | 0.595 | 18 | 18 | 0.000 | 0.132 |
| 4 | 4 | 1.904 | 0.889 | 19 | 19 | 0.000 | 0.106 |
| 5 | 5 | 1.587 | 1.060 | 20 | 20 | 0.000 | 0.085 |
| 6 | 6 | 1.269 | 1.134 | 21 | 21 | 0.000 | 0.068 |
| 7 | 7 | 0.952 | 1.129 | 22 | 22 | 0.000 | 0.054 |
| 8 | 8 | 0.635 | 1.062 | 23 | 23 | 0.000 | 0.043 |
| 9 | 9 | 0.317 | 0.945 | 24 | 24 | 0.000 | 0.035 |
| 10 | 10 | 0.000 | 0.788 | 25 | 25 | 0.000 | 0.028 |
| 11 | 11 | 0.000 | 0.630 | 26 | 26 | 0.000 | 0.022 |
| 12 | 12 | 0.000 | 0.504 | 27 | 27 | 0.000 | 0.018 |
| 13 | 13 | 0.000 | 0.403 | 28 | 28 | 0.000 | 0.014 |
| 14 | 14 | 0.000 | 0.323 | 29 | 29 | 0.000 | 0.011 |

**Figura VII.10:** HUS determinado con el método de Clark.

Ejemplo VII.5: Utilizando el HUS obtenido en el ejemplo VII.4 determinar el hidrograma de diseño (HD) asociado a una precipitación neta de diseño $P_n = 67$ mm. El hietograma correspondiente a la precipitación neta de diseño se presenta en la Tabla VII.3.

Tabla VII.3: Hietograma neto de diseño.

| t (hs) | P (mm) | t (hs) | P (mm) | t (hs) | P (mm) |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0 - 1 | 12 | 2 - 3 | 17 | 4 - 5 | 6 |
| 1 - 2 | 22 | 3 - 4 | 10 | | |

Solución. El hidrograma de diseño se determina realizando la convolución mediante el HUS obtenido con el método de Clark y el hietograma neto de diseño. En la Figura VII.11 se observa el hidrograma de diseño (HD) y en la Tabla VII.4 se presentan los cálculos efectuados.

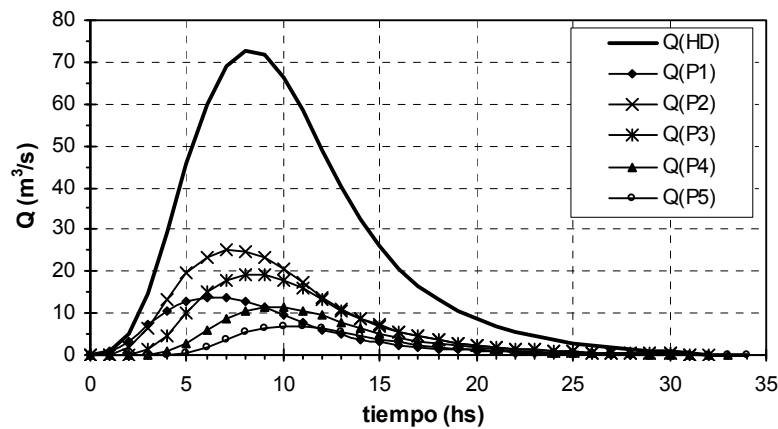


Figura VII.11: Contribuciones individuales $Q(P_i)$ e hidrograma de diseño $Q(HD)$.

Tabla VII.4: Desarrollo del proceso de convolución, ejemplo VII.5.

| t (hs) | Q (HUS) ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{mm}$) | Q(Pi) (m^3/s), $i=1,2,\dots,5$ | | | | | Q (HD) (m^3/s) |
|-----------|--|--|---------------|---------------|---------------|--------------|-------------------------------------|
| | | P1=12 (mm) | P2=22 (mm) | P3=17 (mm) | P4=10 (mm) | P5=6 (mm) | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0.074 | 0.888 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.888 |
| 2 | 0.281 | 3.372 | 1.628 | 0 | 0 | 0 | 5.000 |
| 3 | 0.595 | 7.140 | 6.182 | 1.258 | 0 | 0 | 14.580 |
| 4 | 0.889 | 10.668 | 13.090 | 4.777 | 0.740 | 0 | 29.275 |
| 5 | 1.060 | 12.720 | 19.558 | 10.115 | 2.810 | 0.444 | 45.647 |
| 6 | 1.134 | 13.608 | 23.320 | 15.113 | 5.950 | 1.686 | 59.677 |
| 7 | 1.129 | 13.548 | 24.948 | 18.020 | 8.890 | 3.570 | 68.976 |
| 8 | 1.062 | 12.744 | 24.838 | 19.278 | 10.600 | 5.334 | 72.794 |
| 9 | 0.945 | 11.340 | 23.364 | 19.193 | 11.340 | 6.360 | 71.597 |
| 10 | 0.788 | 9.456 | 20.790 | 18.054 | 11.290 | 6.804 | 66.394 |
| 11 | 0.630 | 7.560 | 17.336 | 16.065 | 10.620 | 6.774 | 58.355 |
| 12 | 0.504 | 6.048 | 13.860 | 13.396 | 9.450 | 6.372 | 49.126 |
| 13 | 0.403 | 4.836 | 11.088 | 10.710 | 7.880 | 5.670 | 40.184 |
| 14 | 0.323 | 3.876 | 8.866 | 8.568 | 6.300 | 4.728 | 32.338 |
| 15 | 0.258 | 3.096 | 7.106 | 6.851 | 5.040 | 3.780 | 25.873 |
| 16 | 0.206 | 2.472 | 5.676 | 5.491 | 4.030 | 3.024 | 20.693 |
| 17 | 0.165 | 1.980 | 4.532 | 4.386 | 3.230 | 2.418 | 16.546 |
| 18 | 0.132 | 1.584 | 3.630 | 3.502 | 2.580 | 1.938 | 13.234 |
| 19 | 0.106 | 1.272 | 2.904 | 2.805 | 2.060 | 1.548 | 10.589 |
| 20 | 0.085 | 1.020 | 2.332 | 2.244 | 1.650 | 1.236 | 8.482 |
| 21 | 0.068 | 0.816 | 1.870 | 1.802 | 1.320 | 0.990 | 6.798 |
| 22 | 0.054 | 0.648 | 1.496 | 1.445 | 1.060 | 0.792 | 5.441 |
| 23 | 0.043 | 0.516 | 1.188 | 1.156 | 0.850 | 0.636 | 4.346 |
| 24 | 0.035 | 0.420 | 0.946 | 0.918 | 0.680 | 0.510 | 3.474 |
| 25 | 0.028 | 0.336 | 0.770 | 0.731 | 0.540 | 0.408 | 2.785 |
| 26 | 0.022 | 0.264 | 0.616 | 0.595 | 0.430 | 0.324 | 2.229 |
| 27 | 0.018 | 0.216 | 0.484 | 0.476 | 0.350 | 0.258 | 1.784 |
| 28 | 0.014 | 0.168 | 0.396 | 0.374 | 0.280 | 0.210 | 1.428 |
| 29 | 0.011 | 0.132 | 0.308 | 0.306 | 0.220 | 0.168 | 1.134 |
| 30 | 0 | 0 | 0.242 | 0.238 | 0.180 | 0.132 | 0.792 |
| 31 | 0 | 0 | 0 | 0.187 | 0.140 | 0.108 | 0.435 |
| 32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.110 | 0.084 | 0.194 |
| 33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.066 | 0.066 |

VII.5 BIBLIOGRAFÍA

- Basile, P.A. (1999). *Modelo para deconvolución HIDUNI-MCS*. Departamento de Hidráulica - EIC, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, UNR, Rosario.
- Clark, C.O. (1945). *Storage and unit-hydrograph*. American Society of Civil Engineers, N 110, pp. 1416-1446.
- Chow, V.T. (1964). *Handbook of Applied Hydrology*. McGraw-Hill, New York. Sec. 14: Runoff.
- Chow, V.T.; Maidment, D.R. y Mays, L.W. (1994). *Hidrología Aplicada*. McGraw-Hill Interamericana S.A.
- Dooge, J.C.I. (1984). *Unit Hydrograph Concepts and Methods*. Vol. 1. International Center of Hydrology – University of Padua, Italy.
- Dooge, J.C.I. (1973). *Linear Theory of Hydrological Systems*. USDA, Agricultural Research Service, Technical Bulletin N° 1468, Washington, DC.
- Gray, D. (1961). *Synthetic Unit Hydrographs for Small Watersheds*. Journal of Hydr. Division, ASCE, Vol. 87, N. HY4, pp.33-54.
- Linsley, R.K.; Kohler, M.A. y Paulhus, J.L. (1977). *Hydrology for Engineers*. Mc Graw-Hill, New York.
- Miller, D.L. y Clark, R.A. (1978). *Estudio de Avenidas*. Capítulo 2, Diseño de Pequeñas Presas. US Department of the Interior, Bureau of Reclamation. Compania Ed. Continental, México.
- Mockus, V. (1972). *Estimation of direct runoff from storm rainfall*. National Engineering Handbook, NEH Notice 4-102, U.S. Dep. of Agric., Soil Conservation Service, Washington, DC, USA (1972).
- Nash, J.E. (1957). *The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph*. International Association of Scientific Hydrology Publication, 45(3), 114-121.
- Nash, J.E. (1959). *Systematic Determination of Unit Hydrograph Parameters*. Journal of Geophysical Research, 64(1), 111-115.
- Snyder, F. (1939). *Synthetic unit graphs*. Trans. America Geophys. Union. Vol. 19, Part 1, pp. 447-454.
- Snyder, F. (1955). *Hydrographs analysis by the method of least squares*. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 81, pp. 1-25.
- USACE (1959). *Flood-hydrograph analyses and computations*. Washington, D.C., Manuals- U.S. Army Corps of Engineers, N° EM 1110-Z-1405.
- USACE (2010). *HEC-HMS Hydrologic Modeling System*. User Manual. Version 3.5. Report N° CPD 74A. August 2010. US Army Corps of Engineers. Hydrologic Engineering Center. USA.